

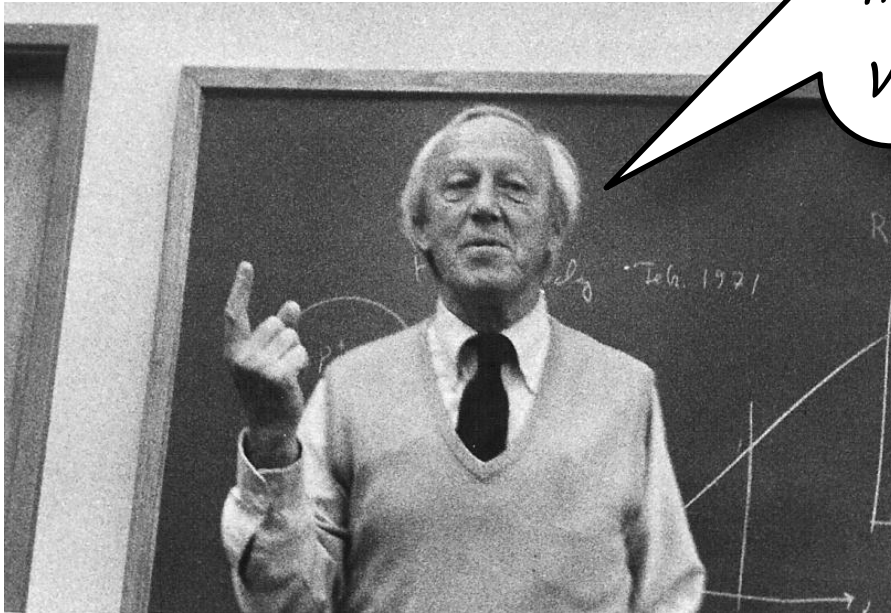
MagnetoHidroDinâmica

uma introdução aos conceitos base

Dário Passos,
Univ. Évora, CENTRA/IST

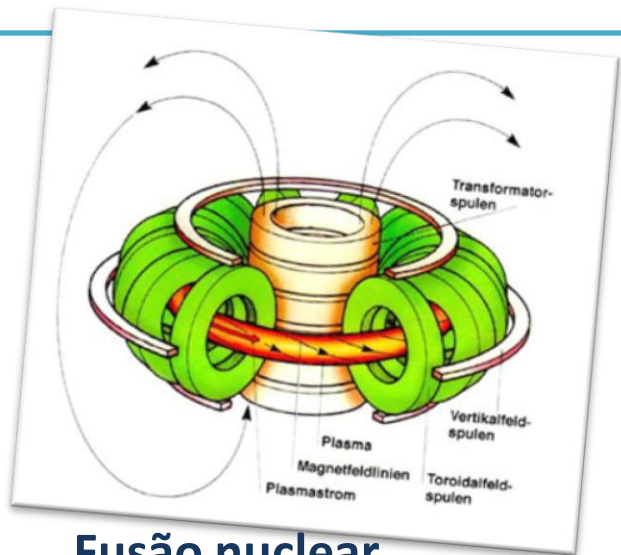
A **MHD** descreve a dinâmica de meios contínuos (fluídos) condutores como por exemplo metais líquidos, soluções iónicas e **plasmas**.

A ideia base é o estudo da interacção entre o campo magnético e o campo de velocidades do fluído.



Hannes Alfvén, prémio Nobel da Física em 1970

Alguns exemplos de aplicações



Fusão nuclear



Plasmas astrofísicos

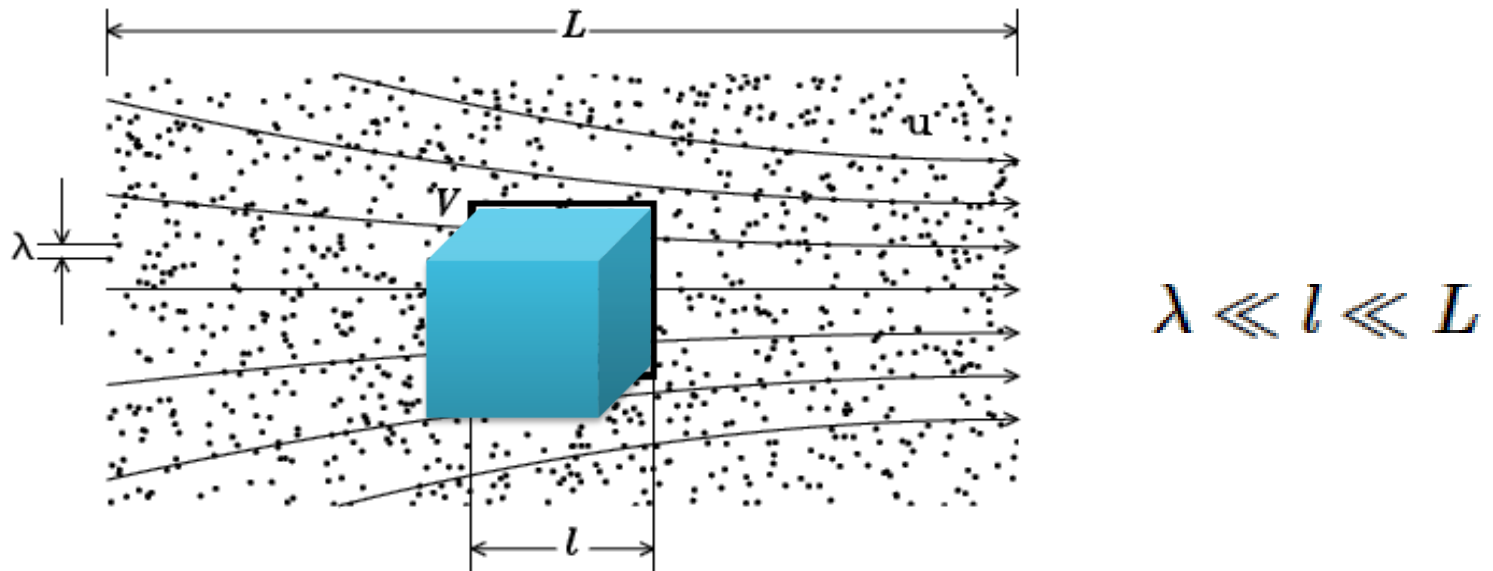


Sistemas de propulsão



e outras...

Meios Contínuos (Fluídos)



$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{1}{l^3} \sum_k m_k$$

A densidade é um exemplo de uma quantidade macroscópica que se pode definir na aproximação dos meios contínuos.

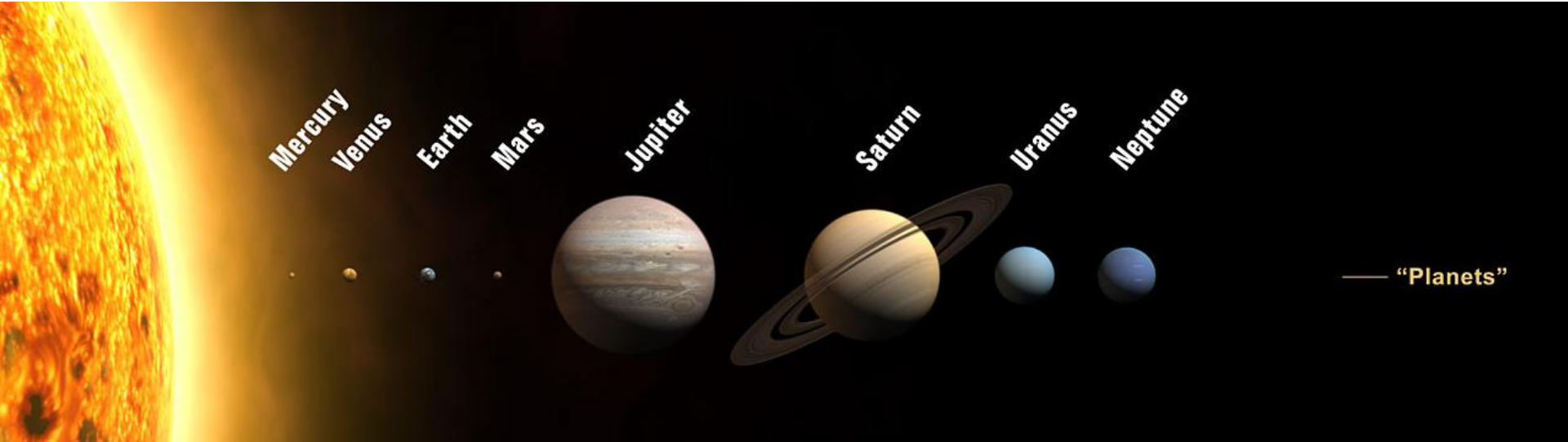
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

Equação da continuidade

No caso de fluidos incompressíveis a densidade $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ implica $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$

Escalas típicas de alguns objectos astrofísicos

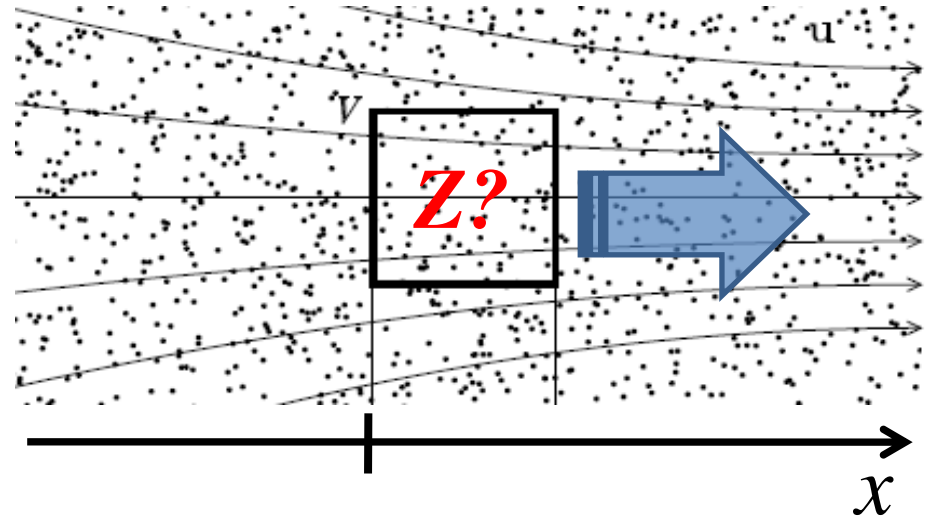
System/flow	ρ [kg/m ³]	N [m ⁻³]	λ [m]	L [km]
Solar interior	100	10^{29}	10^{-10}	10^5
Solar atmosphere	10^{-4}	10^{23}	10^{-8}	10^3
Solar corona	10^{-11}	10^{17}	10^{-6}	10^5
Solar wind (1 AU)	10^{-21}	10^7	0.006	10^5
Molecular cloud	10^{-20}	10^7	0.001	10^{14}
Interstellar medium	10^{-21}	10^6	0.01	10^{16}



— “Planets”

Derivada Lagrangiana

$$Z \rightarrow Z(t, \mathbf{x}(t))$$



$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x} u_x + \frac{\partial Z}{\partial y} u_y + \frac{\partial Z}{\partial z} u_z = \frac{\partial Z}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) Z$$

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$$

Equação de Navier – Stokes (fluidos incompressíveis)

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u}$$

\mathbf{u} – campos de velocidades

p – pressão

ν – coeficiente de viscosidade cinética

ρ – densidade

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

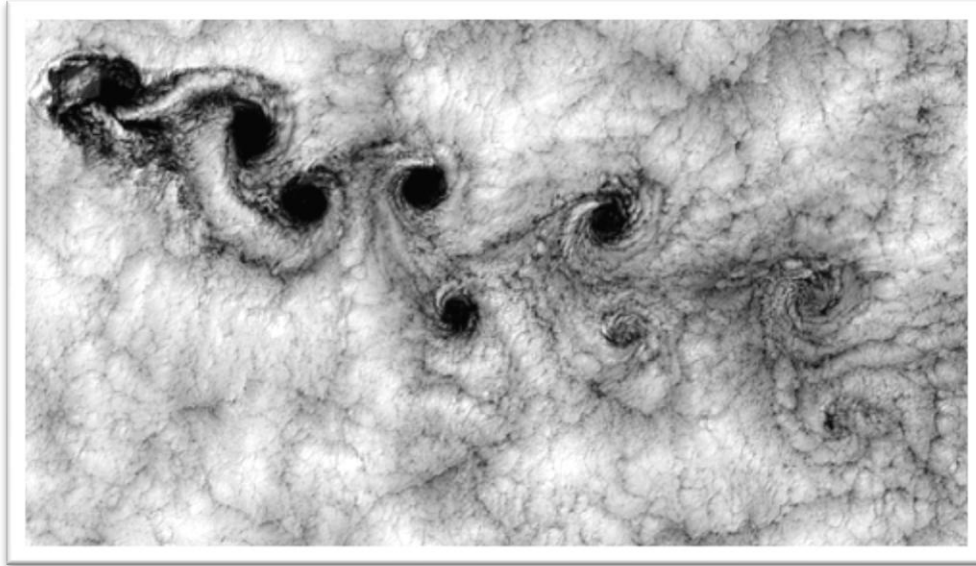
Equação da vorticidade (fluidos incompressíveis)

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} - \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla\mathbf{u} = \nu\nabla^2\boldsymbol{\omega}$$

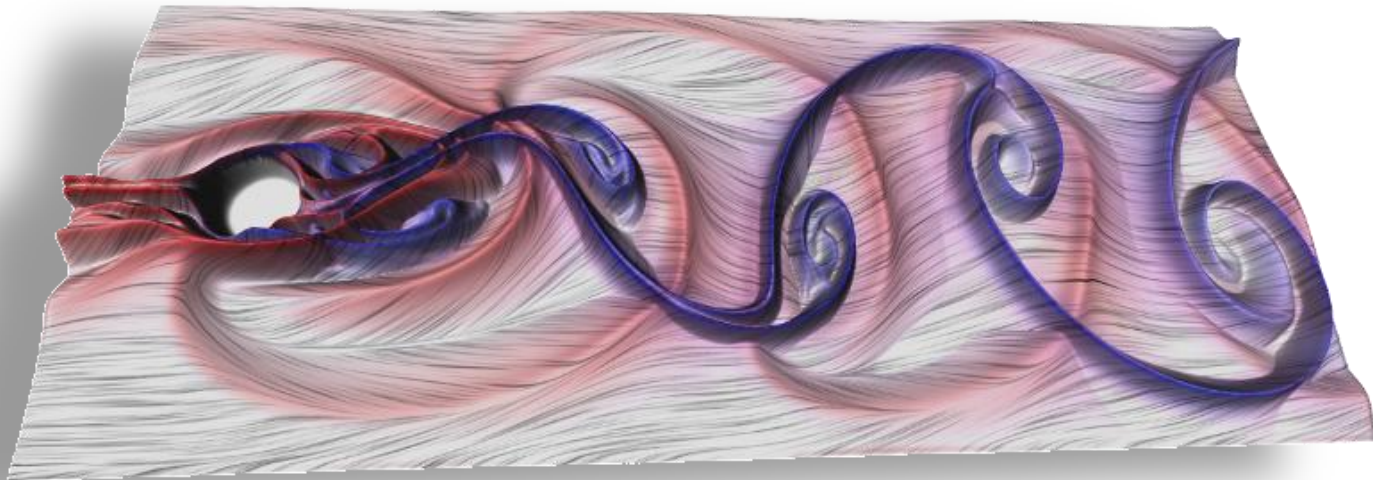
$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$$

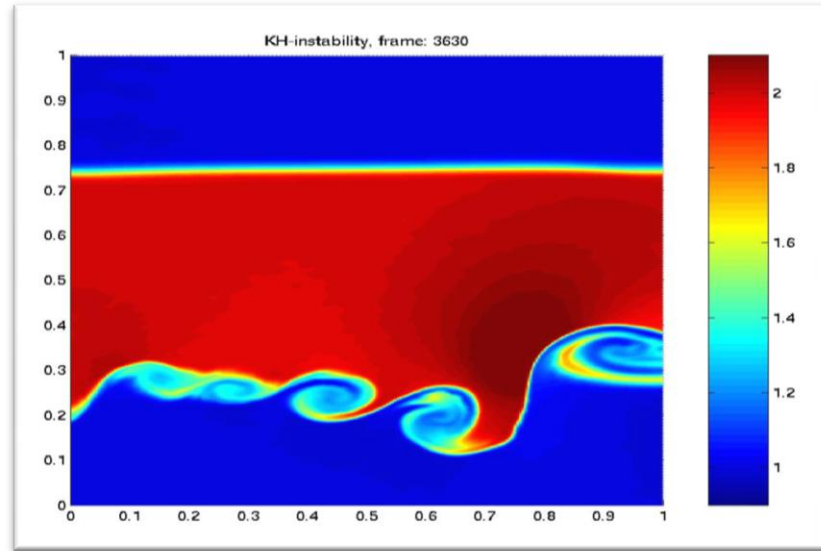
conservação do momento angular

Exemplos de vorticidade: “Avenidas” de Von Karman em nuvens

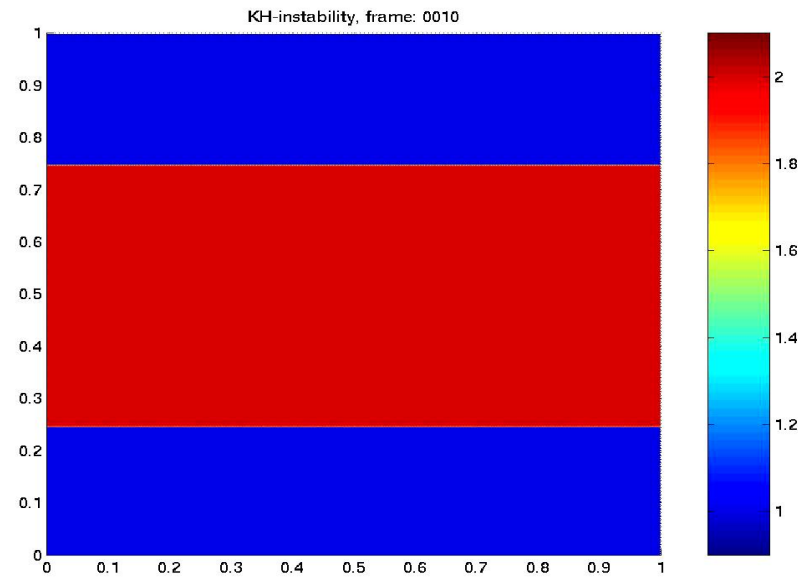
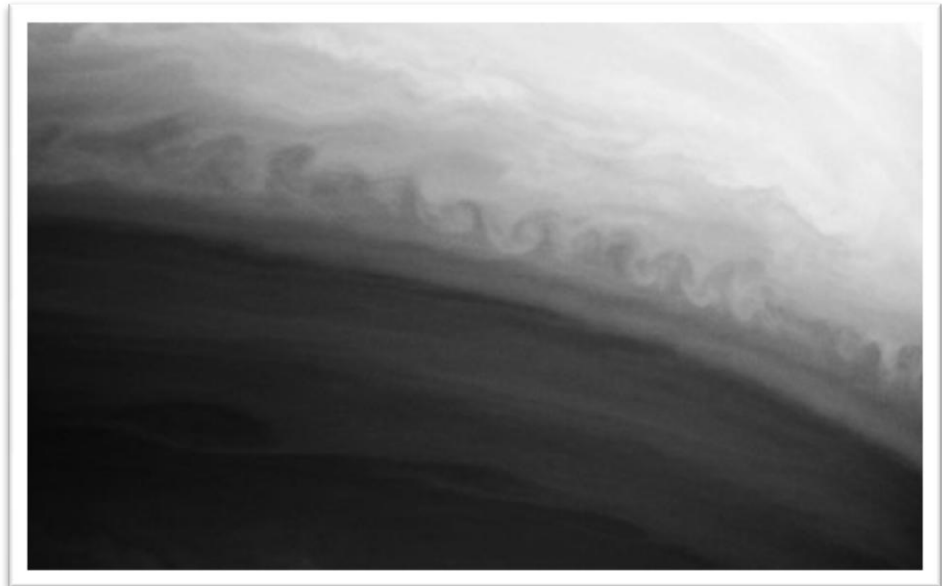


Simulação computacional





K. C. Pan, *Kelvin-Helmholtz Instability*



Equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 ,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Lei de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Lei de Ampère / Maxwell

Aproximação não relativista



\mathbf{E} – campo eléctrico

\mathbf{B} – campo magnético

\mathbf{J} – densidade de corrente eléctrica

ρ_e – densidade de carga

ϵ_0 – permitividade eléctrica

μ_0 – permeabilidade magnética

Equação de indução MHD

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\underbrace{\mathbf{u} \times \mathbf{B}}_{\text{advecção}} - \underbrace{\eta \nabla \times \mathbf{B}}_{\text{difusão}} \right)$$

η – difusividade magnética

$$R_m = \frac{u_0 \ell}{\eta} \quad \text{Número Magnético de Reynolds}$$

$$R_m \gg 1$$

Os “escoamentos” ou campo de velocidade do fluido controlam a evolução do campo magnético

$$\tau = \ell / u_0$$

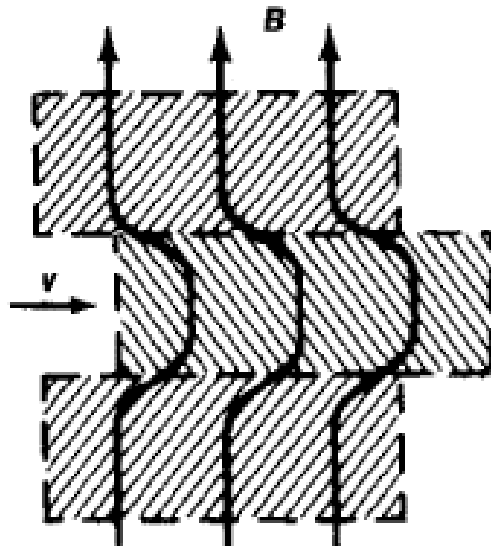
$$R_m \ll 1$$

A dissipação ohmica vai ter o principal papel na evolução do campo magnético

$$\tau = \frac{\ell^2}{\eta}$$

Propriedades de alguns plasmas astrofísicos

System/flow	L [km]	σ [$\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$]	η [m^2s^{-1}]	τ [yr]	u [km/s]	R_m
Solar interior	10^6	10^4	100	10^9	0.1	10^9
Solar atmosphere	10^3	10^3	1000	10^2	1	10^6
Solar corona	10^5	10^6	1	10^8	10	10^{12}
Solar wind (1 AU)	10^5	10^4	100	10^8	300	10^{11}
Molecular cloud	10^{14}	10^2	10^4	10^{17}	100	10^{18}
Interstellar medium	10^{16}	10^3	1000	10^{22}	100	10^{21}
Sphere of copper	10^{-3}	10^8	10^{-1}	10^{-7}	—	—



“Congelamento” das linhas de campo
 Amplificação do campo magnético

Força de Lorentz

Para uma partícula com carga q

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

Para um conjunto de k partículas contidas num volume ΔV

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= \frac{1}{\Delta V} \sum_k \mathbf{f}_k = \frac{1}{\Delta V} \sum_k q_k (\mathbf{E} + \mathbf{u}_k \times \mathbf{B}) \\ &= \left(\frac{1}{\Delta V} \sum_k q_k \right) \mathbf{E} + \left(\frac{1}{\Delta V} \sum_k q_k \mathbf{u}_k \right) \times \mathbf{B} \\ &= \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad [\text{N m}^{-3}].\end{aligned}$$

Simplificação usada em MHD ideal

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

As equações da MHD

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 ,$$

Equação da continuidade

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \mathbf{g} + \frac{1}{\mu_0 \rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$

Equação de evolução do campo de velocidades

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B})$$

Equação de evolução do campo magnético

$$\frac{De}{Dt} + (\gamma - 1)e \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \left[\nabla \cdot \left((\chi + \chi_r) \nabla T \right) + \phi_\nu + \phi_B \right]$$

Equação da energia interna do plasma

Adicionalmente usam-se duas outras equações (constrangimentos)

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$p = f(\rho, T, \dots)$$

Condições de aplicabilidade da MHD ideal

- Plasmas “globalmente” neutros
- Velocidades baixas (aproximação não relativista $u \ll c$)
- 1 tipo de fluido apenas
- condutor perfeito

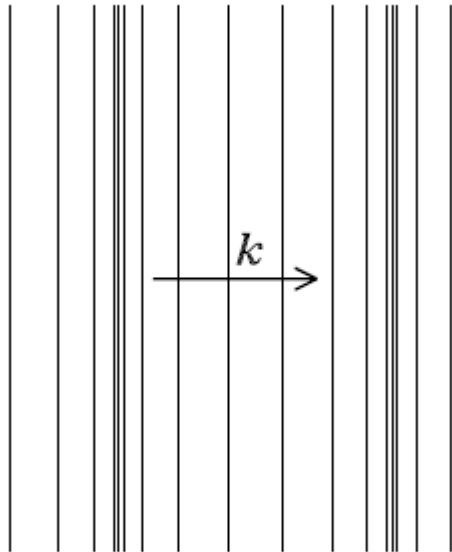
Estruturas

- Campos magnéticos tenderão a formar tubos de fluxo magnético
(no Sol responsáveis pela formação de manchas solares e arcos)
- Correntes eléctricas confinadas a estruturas planares muito finas chamadas folhas de corrente
(folhas de corrente na fronteira entre o vento solar e a magnetosfera terrestre)

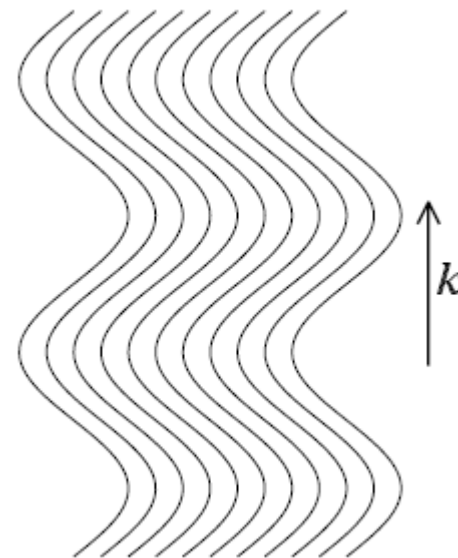
Ondas MHD

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\mu_0} \left[\underbrace{(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}}_{\text{tensão mag.}} - \underbrace{\frac{1}{2}\nabla(\mathbf{B}^2)}_{\text{pressão mag.}} \right]$$

Força de restauro é a força de **Lorentz**

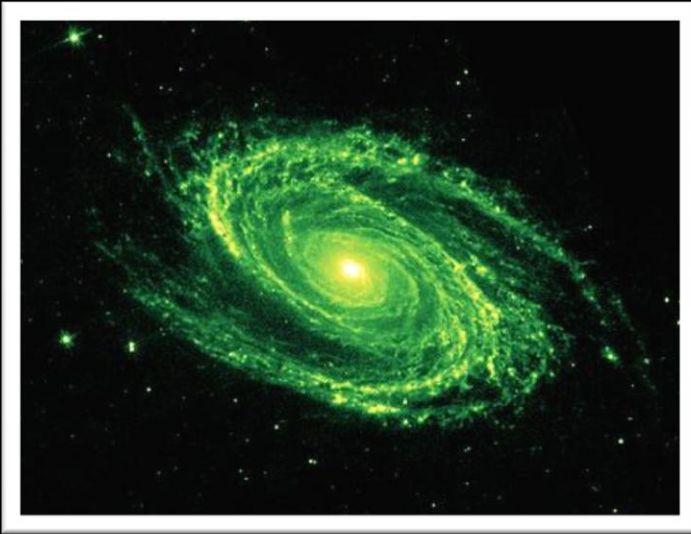


Onda magnetoacústica



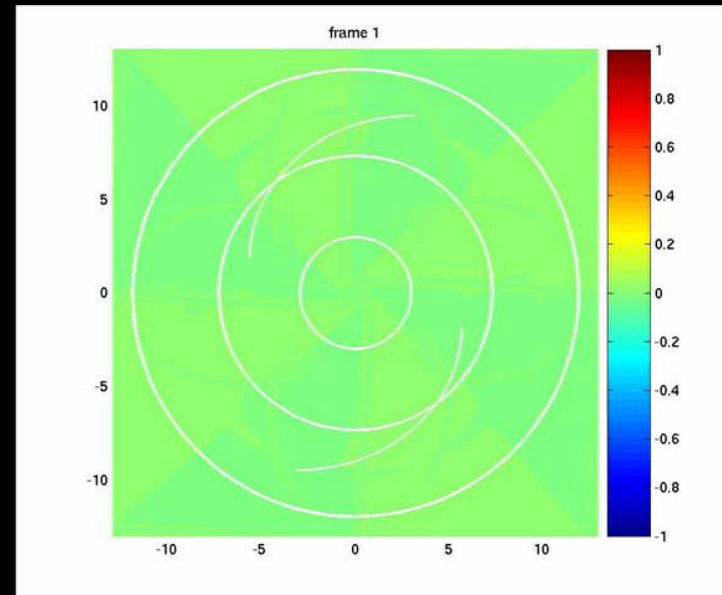
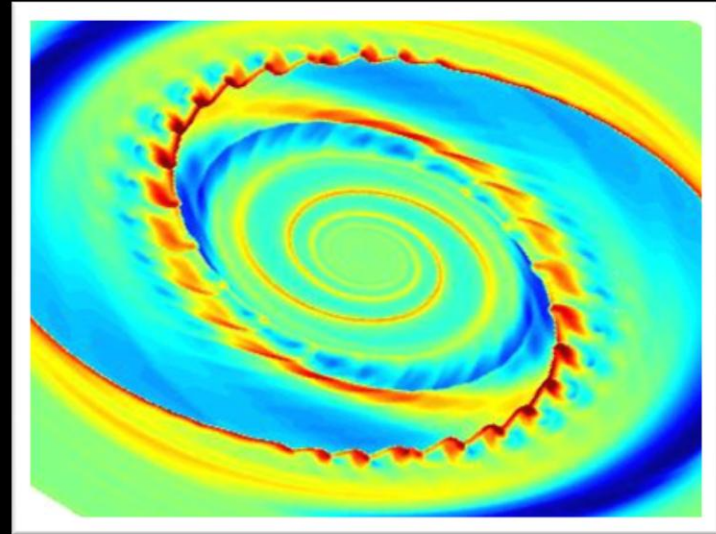
Onda de Alfvén

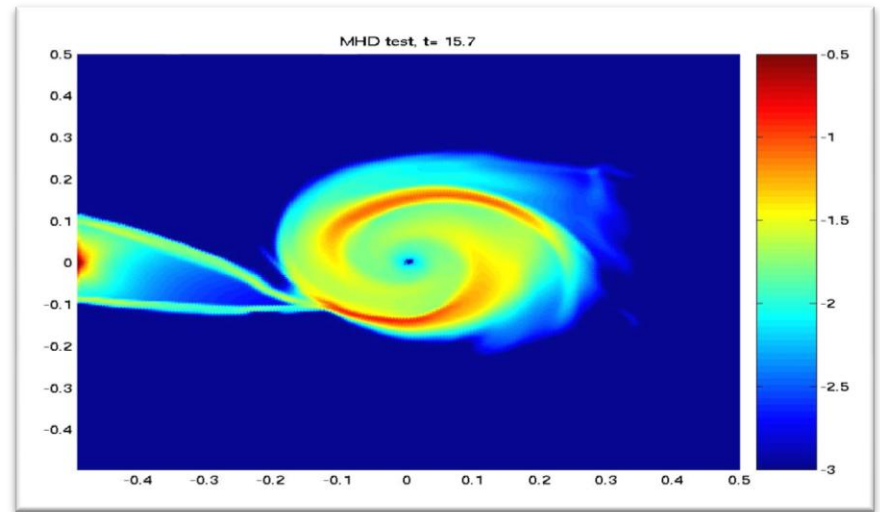
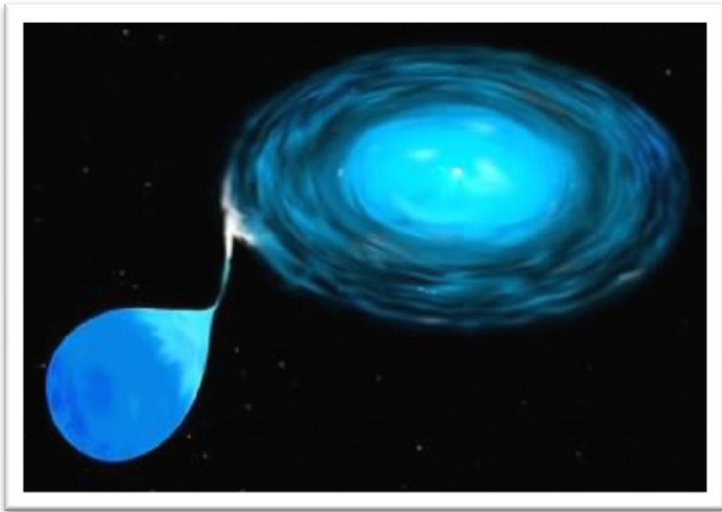
Exemplos de aplicações



“Instabilidades” em galáxias

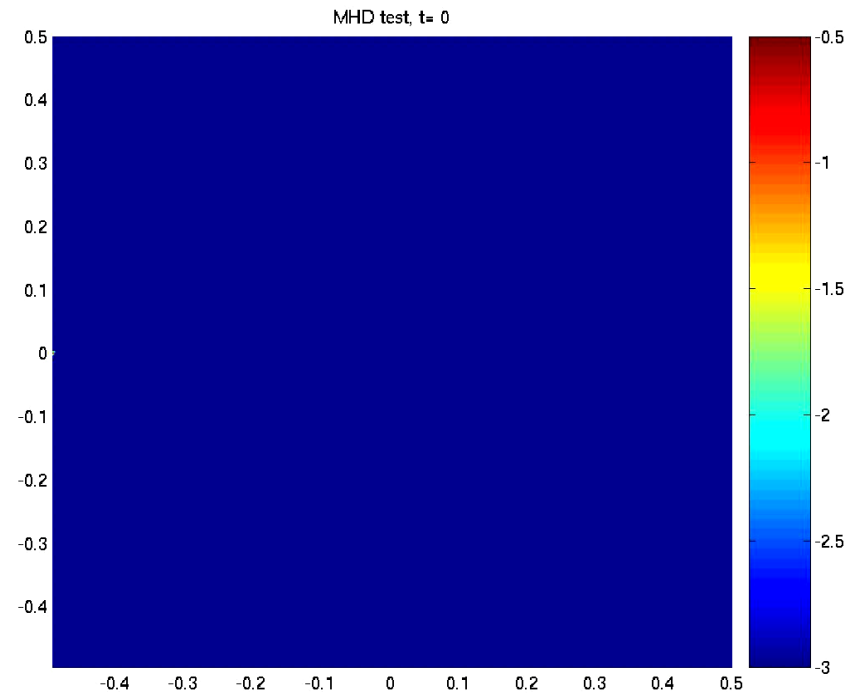
K. C. Pan, Rayleigh's shear Instability(2D)





Discos de acreção

Makoto Maktá, Kenji Miyawaki and Takuya Matsuda, "Two- and three-dimensional simulations of accretion discs in a close binary system", MNRAS 316, 906-916, (2000)

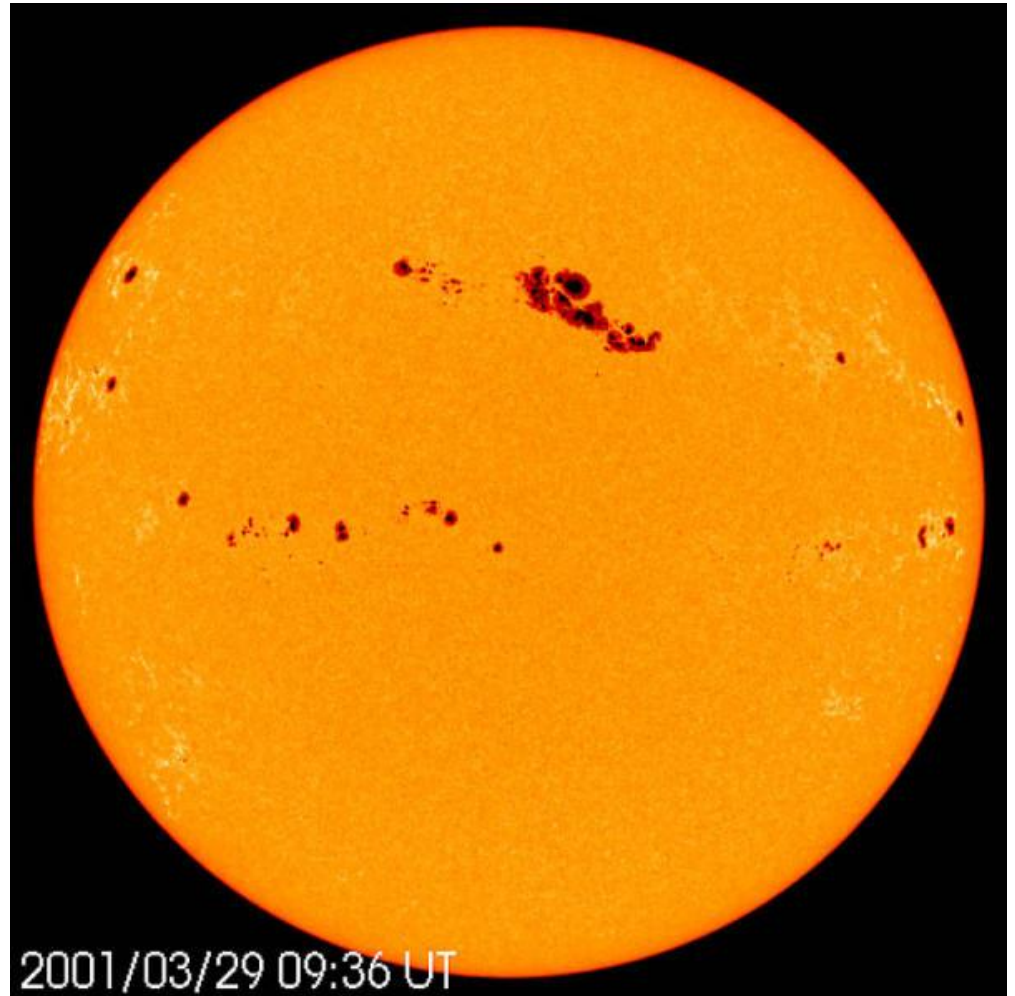
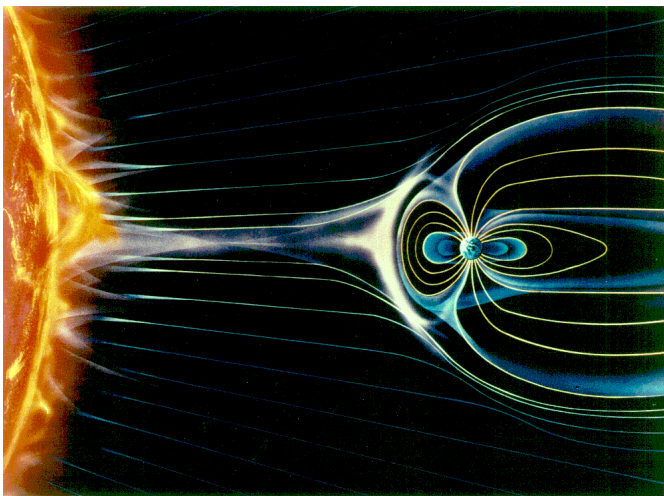
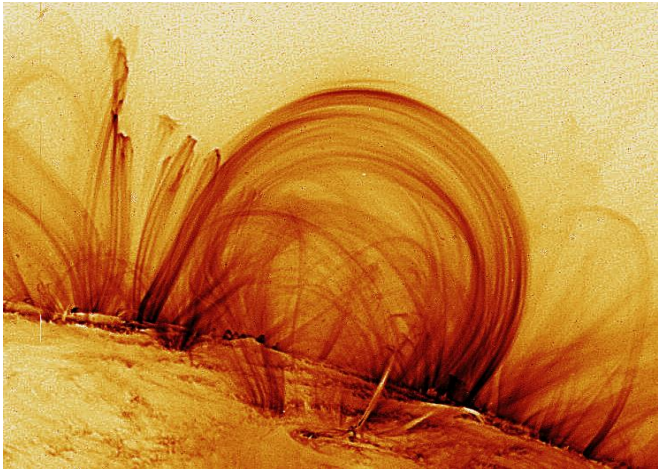


MHD... outras aproximações

- MHD Resistivo (plasmas com alguma resistência)
(podem-se tratar choques (frente de onda) e é possível a reconecção das linhas de campo mag.)
- “*Extended*” MHD (gradientes de pressão, inércia dos electrões e efeito de Hall, ...)
- MHD de dois fluidos (efeito de Hall, diferentes momentos de inércia para electrões e iões, ...)
- MHD de Hall (correntes de Hall não negligenciáveis, aplicação em estudos de fusão nuclear)
- MHD não colisional (plasmas não colisionais, equações derivadas da equação de Vlasov)

Fenómenos magnéticos no Sol

A “dinâmica” do Sol na escala de tempo humana é regida pelo campo magnético...

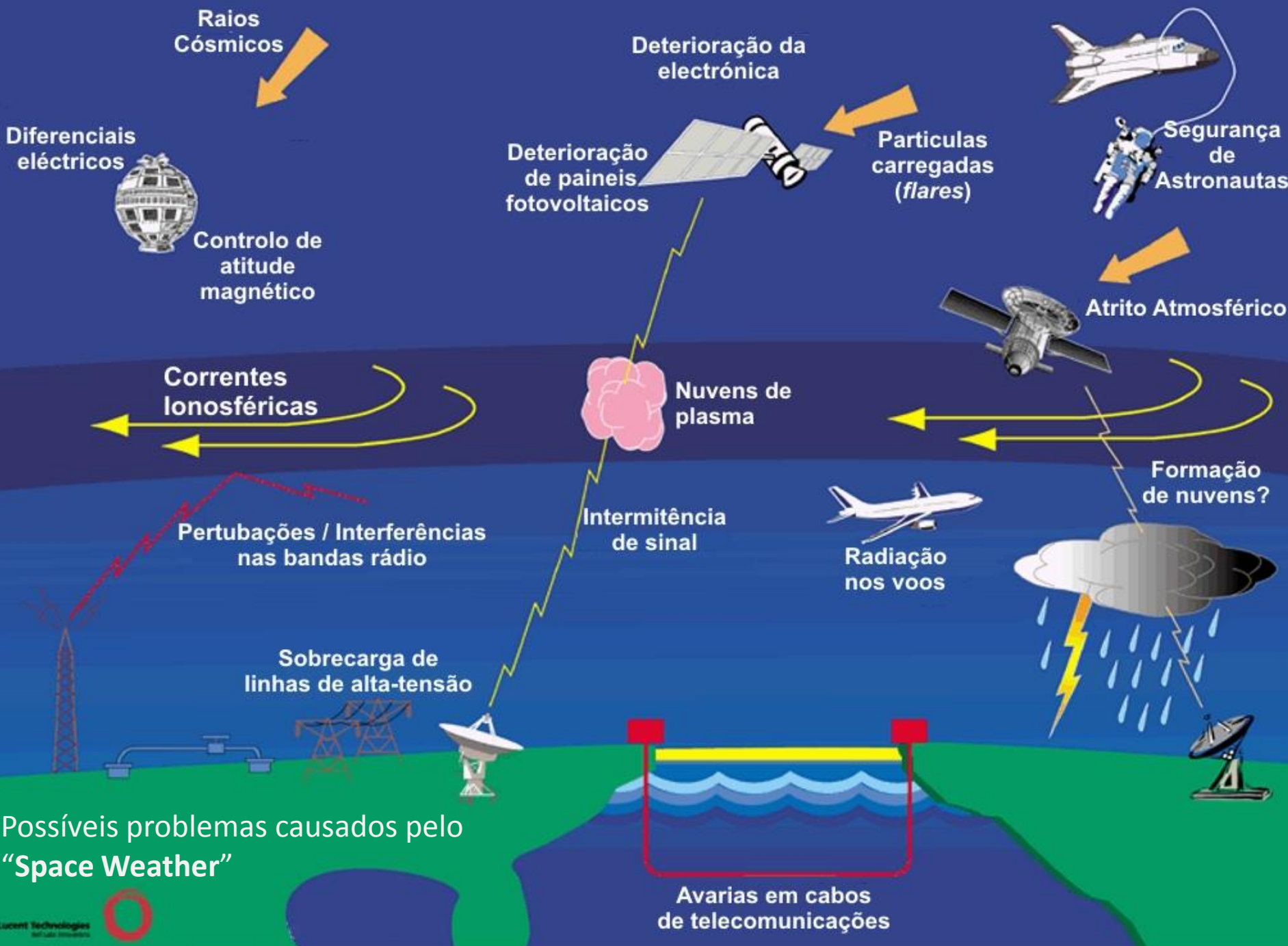


Página com os vídeos do satélite Solar and Heliospheric Observatory **SoHO**

<http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/Movies/latest.html>

Videos da erupção solar de 31 de Agosto de 2012 (HD)

<http://svs.gsfc.nasa.gov/vis/a010000/a011000/a011095/index.html>



Possíveis problemas causados pelo "Space Weather"

Bibliografia:

Paul Charbonneau: Solar and Stellar Dynamos in Magnetic Fields of Stars: From the Sun to Compact Objects, Saas-Fee Advanced Course 39 of the Swiss Society of Astrophysics & Astronomy (2010)

Arnab Rai Choudhuri: The Physics of Fluids and Plasmas, an introduction for Astrophysicists, Cambridge University Press (1998)

Schijver, C.J., Siscoe, G.L., Heliophysics (volume I, II and III), Cambridge University Press (2010)

Páginas web:

<http://centra.ist.utl.pt/sspg>

<http://en.wikipedia.org/wiki/Sun>

<http://science.nasa.gov/heliophysics/>

<http://www.mps.mpg.de/en/>